

Simulačný algoritmus pre symbolické automaty

Juraj Síč*

Abstrakt

V tomto texte sa zaoberáme výpočtom simulačnej relácie pre symbolické automaty, ktoré narozdiel od klasických automatov majú na prechodoch predikáty, zadané v oddelenej logickej teórii. Náš algoritmus pre výpočet tejto relácie je založený na známom algoritme pre konečné automaty a je upravený tak, aby využil možnosti symbolických automatov.

Kľúčové slová: symbolický automat — konečný automat — relácia simulácie

Priložené materiály: N/A

*xsicju00@stud.fit.vutbr.cz, Fakulta informačných technológií, Vysoké učení technické v Brne

1. Úvod

Klasická teória automatov predpokladá, že abeceda je konečná. V niektorých prípadoch môže táto abeceda byť tak veľká, že začne spôsobovať problémy s veľkosťou automatov. Napríklad z každého stavu deterministického konečného automatu prijímajúceho jazyk nad UTF16 abecedou vychádza 2^{16} prechodov. Niekedy je dokonca potrebné používať nekonečnú abecedu, pri ktorých je použitie klasických automatov vylúčené.

Tieto problémy je možné vyriešiť zavedením symbolických konečných automatov (SKA) [9]. Tieto automaty sú parametrizované logickou teóriou nad doménou symbolov. Na prechodoch sú formuly z tejto teórie s jednou voľnou premennou, ktoré reprezentujú potenciálne nekonečné množiny symbolov.

Symbolická reprezentácia je oproti klasickej kompaktniejšia a dovoľuje vytvárať efektívnejšie algoritmy. Problémom je, že táto reprezentácia je pomerne nová a veľa takýchto efektívnych algoritmov, ktoré využívajú jej kompaktniejšiu formu, pre ňu neexistuje. Uskutočňuje sa pre ne výskum algoritmov, kde sa zovšeobecňuje teória a algoritmy pre klasické automaty, ale zatiaľ existujú len základné algoritmy pre deterministické SKA, ako napríklad ich minimalizácia [3]. Pre nedeterministické SKA, ktoré sú menšie a pre niektoré aplikácie lepšie využiteľné, je ešte potrebné veľa algoritmov doplniť. Pre výpočet jednej z dôležitých relácií nedeterministických SKA, reláciu simulácie, neexistuje efektívny algoritmus. Táto relácia sa využíva na redukciu počtu stavov nedeterministických au-

tomatov, ako ukázali Ilie, Navarro a Yu [6] a na dokazovanie jazykovej inklúzie [1, 2].

V tomto texte ukážeme, ako sa algoritmus pre výpočet simulácie pre klasický nedeterministický konečný automat [6] dá aplikovať na symbolický konečný automat. V kapitole 2 sú uvedené definície automatov, kapitola 3 sa zaoberá simuláciou a algoritmom pre výpočet simulácie pre nedeterministický konečný automat a nakoniec v kapitole 4 je rozobratý algoritmus pre výpočet simulácie pre nedeterministický SKA.

2. Konečné automaty

V tejto kapitole je vysvetlené, čo sú to nedeterministické konečné automaty a symbolické konečné automaty (prevzaté z [9]).

Definícia 2.1 *Nedeterministický konečný automat (NKA) M je päťica $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, kde Q je konečná množina stavov, Σ je abeceda, $\delta \subseteq Q \times \Sigma \times Q$ je konečná množina prechodov, $q_0 \in Q$ je počiatkový stav a $F \subseteq Q$ je množina koncových stavov.*

Elementy Σ sa nazývajú symboly a konečné postupnosti symbolov (elementy Σ^*) sa nazývajú reťazce; ε značí prázdny reťazec. Prechod $r = (p, a, q) \in \delta$, kde $p, q \in Q$ a $a \in \Sigma$, označujeme $p \xrightarrow{a} q$ (alebo $p \xrightarrow{a} q$ ak je M zrejmy).

Definícia 2.2 *Nech $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ je NKA. Reťazec $w = a_1 a_2 \dots a_k \in \Sigma^*$ je prijatý stavom p NKA*

M , značíme $w \in \mathcal{L}_p(M)$, ak existuje $p_{i-1} \xrightarrow{a_i} p_i$ pre $1 \leq i \leq k$, kde $p_0 = p$ a $p_k \in F$. Jazyk prijímaný M je $\mathcal{L}(M) \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{L}_{q_0}(M)$.

Efektívna Booleova algebra \mathcal{A} má komponenty $(\mathfrak{D}, \Psi, \llbracket - \rrbracket, \perp, \top, \vee, \wedge, \neg)$. \mathfrak{D} je r.v. (rekurzívne vyčísliteľná) množina doménových elementov. Ψ je r.v. množina predikátov uzavretých voči \vee, \wedge, \neg a $\perp, \top \in \Psi$. Významová funkcia $\llbracket - \rrbracket : \Psi \rightarrow 2^{\mathfrak{D}}$ je r.s., $\llbracket \perp \rrbracket = \emptyset$, $\llbracket \top \rrbracket = \mathfrak{D}$ a pre všetky $\varphi, \psi \in \Psi$, $\llbracket \varphi \vee \psi \rrbracket = \llbracket \varphi \rrbracket \cup \llbracket \psi \rrbracket$, $\llbracket \varphi \wedge \psi \rrbracket = \llbracket \varphi \rrbracket \cap \llbracket \psi \rrbracket$ a $\llbracket \neg \varphi \rrbracket = \mathfrak{D} \setminus \llbracket \varphi \rrbracket$. Pre $\varphi \in \Psi$, píšeme $IsSat(\varphi)$ keď $\llbracket \varphi \rrbracket \neq \emptyset$ a hovoríme, že φ je splniteľná. \mathcal{A} je rozhodnuteľná, ak $IsSat$ je rozhodnuteľná.

Definícia 2.3 Symbolický konečný automat (SKA) M je päťica $(\mathcal{A}, Q, q_0, F, \Delta)$, kde \mathcal{A} je efektívna Booleova algebra, nazývaná abeceda, Q je konečná množina stavov, $q_0 \in Q$ je počiatkový stav, $F \subseteq Q$ je množina koncových stavov a $\Delta \subseteq Q \times \Psi_{\mathcal{A}} \times Q$ je konečná množina prechodov.

Elementy $\mathfrak{D}_{\mathcal{A}}$ sa nazývajú symboly a konečné postupnosti symbolov (elementy $\mathfrak{D}_{\mathcal{A}}^*$) sa nazývajú reťazce; ε značí prázdny reťazec. Prechod $\rho = (p, \varphi, q) \in \Delta$, taktiež označený $p \xrightarrow{\varphi}_M q$ (alebo $p \xrightarrow{\varphi} q$ ak je M zrejmý), kde p je zdrojový stav, označený ako $Src(\rho)$, q je cieľový stav, označený ako $Tgt(\rho)$ a φ je predikát prechodu, označený ako $Grd(\rho)$. Prechod je uskutočniteľný, ak je jeho predikát splniteľný. Ak je daný symbol $a \in \mathfrak{D}_{\mathcal{A}}$, a -prechod M je prechod $p \xrightarrow{a} q$ taký, že $a \in \llbracket \varphi \rrbracket$, tiež označený $p \xrightarrow{a}_M q$ (alebo $p \xrightarrow{a} q$ ak je M zrejmý).

Definícia 2.4 Nech $M = (\mathcal{A}, Q, q_0, F, \Delta)$ je SKA. Reťazec $w = a_1 a_2 \dots a_k \in \mathfrak{D}_{\mathcal{A}}^*$ je prijatý stavom p SKA M , značíme $w \in \mathcal{L}_p(M)$, ak existuje $p_{i-1} \xrightarrow{a_i} p_i$ pre $1 \leq i \leq k$, kde $p_0 = p$ a $p_k \in F$. Jazyk prijímaný M je $\mathcal{L}(M) \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{L}_{q_0}(M)$.

Pre $q \in Q$, používame notáciu:

$$\vec{\Delta}(q) \stackrel{\text{def}}{=} \{\rho \in \Delta : Src(\rho) = q\},$$

$$\overleftarrow{\Delta}(q) \stackrel{\text{def}}{=} \{\rho \in \Delta : Tgt(\rho) = q\}.$$

Nasledujúca terminológia popisuje rôzne kľúčové vlastnosti M . Stav p automatu M nazývame čiastočný ak existuje symbol a , pre ktorý neexistuje a -prechod z p . M je:

- **deterministický**, ak pre každé $p \xrightarrow{\varphi} q, p \xrightarrow{\varphi'} q' \in \Delta$: ak $IsSat(\varphi \wedge \varphi')$, potom $q = q'$. Determinizácia SKA je vždy možná [10].

- **úplný**, ak neobsahuje žiadne čiastočné stavy. Úplný SKA sa dá vytvoriť pridaním nového stavu q_0 , prechodu $q_0 \xrightarrow{\top} q_0$ a pre každý stav q pridaním prechodu $(q, \bigwedge_{\rho \in \vec{\Delta}(q)} \neg Grd(\rho), q_0)$.
- **čistý**, ak pre každé $p \xrightarrow{\varphi} q \in \Delta$: p je dostupný z q_0 a $IsSat(\varphi)$.
- **normalizovaný**, ak pre každé $p, q \in Q$, existuje najviac jeden prechod z p do q . Ak existujú stavy p a q a dva rôzne prechody $p \xrightarrow{\varphi} q$ a $p \xrightarrow{\psi} q$, tak ak tieto nahradíme jedným prechodom $p \xrightarrow{\varphi \vee \psi} q$, vytvoríme normalizovaný SKA.

3. Simulácia

Nech $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ je NKA. Simulácia na M je kvázisporiadanie $\preceq \in Q \times Q$ také, že:

- $\preceq \cap (F \times (Q - F)) = \emptyset$,
- pre $p, q \in Q, a \in \Sigma$, ak $p \preceq r$, potom pre každý prechod $p \xrightarrow{a} p'$ existuje $r \xrightarrow{a} r'$ taký, že $p' \preceq r'$.

Pre SKA je táto definícia skoro rovnaká, len v (ii) bude $a \in \mathfrak{D}_{\mathcal{A}}$.

Jednou z aplikácií simulácie je redukcia veľkosti automatu spájaním stavov a to tak, že stavy $p, r \in Q$ zlúčime, keď sú ekvivalentné podľa relácie simulácie $(p \preceq r \text{ a } r \preceq p)^1$, keďže $p \preceq r$ implikuje $\mathcal{L}_p(M) \subseteq \mathcal{L}_r(M)$.

Existuje viacero algoritmov na výpočet simulácie na Kripkeho štruktúrach, ktoré zhrnul Ranzato v [7]. Základným algoritmom pre výpočet simulácie v triede moderných algoritmov s dobrou zložitou je algoritmus od Henzingera, Henzingerovej a Kopkeho [5]. Od neho je odvodených viacero ďalších, ešte efektívnejších algoritmov (napríklad algoritmus od Ranzata a Taparra [8]). Nezávisle od týchto vytvorili Ilie, Navarro a Yu algoritmus pre výpočet simulácie aplikovaný na NKA [6], ktorý je veľmi podobný základnému algoritmu. Tento využíva jednoduchšie dátové štruktúry, preto algoritmus 2 vychádza z tohto algoritmu.

Ich algoritmus počíta doplnok $k \preceq$:

$$k \preceq = Q \times Q \setminus \preceq.$$

Podľa definície \preceq je jej doplnok $k \preceq$ najmenšia relácia nad Q taká, že:

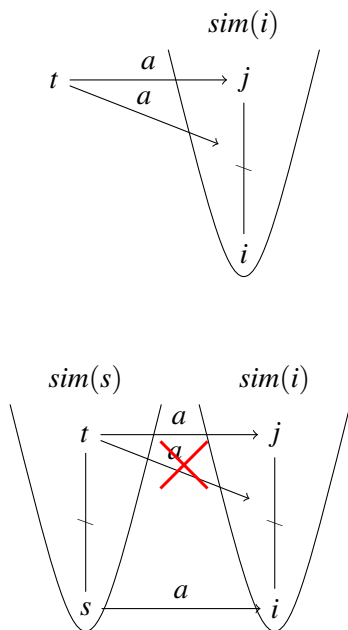
- $(F \times (Q - F)) \subseteq k \preceq$,
- pre $i, j \in Q$ je $i k \preceq j$ práve vtedy, keď existujú $a \in \Sigma$ a prechod $i \xrightarrow{a} i'$ také, že pre každé $j' \in Q$, pre ktoré existuje prechod $j \xrightarrow{a} j'$, platí $i' k \preceq j'$.

¹V [6] spájajú stavy, aj keď sú v relácii simulácie obráteného automatu (pravidlo $p \xrightarrow{a} q$ nahradí $q \xrightarrow{a} p$), ale potom je potrebné upravovať \preceq .

Na začiatku (kroky 3-6) si podľa (i)' inicializujú reláciu ω , ktorá sa na konci stane $\not\subseteq$. Túto reláciu postupne zväčšujú a to tak, že si novo pridané dvojice do ω ukladajú do frontu (kroky 6 a 16) a potom ich z neho neskôr vyberajú (krok 8), aby použitím (ii)', pridali nové dvojice do ω . Teda ak spracovávajú dvojicu (i, j) , potrebujú otestovať, či existuje $t \in Q$ a $a \in \Sigma$, také, že $t \xrightarrow{a} j$ a zároveň je j posledný stav, ktorý by mohol simulovať i . Aby sa toto urýchlilo, vypočítavajú si matice počítadiel $N(a)$, pre $a \in \Sigma$, kde $N(a)$ je $|Q| \times |Q|$ matica taká, že

$$N(a)_{it} = |\{t \xrightarrow{a} j, i \not\subseteq l\}|$$

na konci výpočtu algoritmu pre všetky $i, t \in Q$. Tieto počítadlá sú inicializované na 0 a pri každom páre (i, j) sa pre všetky $t \in Q$ a $a \in \Sigma$, kde $t \xrightarrow{a} j$, zvýšia o jedna (krok 11) a ak dané počítadlo nadobudne maximálnu hodnotu $|\{p : t \xrightarrow{a} p\}|$ (krok 12), všetky páry (s, t) také, že $s \xrightarrow{a} i$, sú pridané do ω , ak tam ešte nie sú.



Obrázok 1. Spracovanie (i, j) keď existuje z t nejaký prechod do $\text{sim}(i)$ a keď takýto prechod už neexistuje.

Obrázok 1 ilustruje, čo to vlastné znamená. $\text{sim}(p)$ označuje množinu $\text{sim}(p) = \{q \in Q : p \preceq q\}$, pre nejaké $p \in Q$. Spracovávame (i, j) , takže sa najprv nájde t , ktoré ide do j cez a . Počítadlo $N(a)_{it}$ (počet stavov, do ktorých ide t a nie sú v $\text{sim}(i)$) sa zvýši o jedna. Ak existuje nejaký prechod $t \xrightarrow{a} j'$, kde $j' \in \text{sim}(i)$, tak počítadlo $N(a)_{it}$ nenadobudlo svoju najväčšiu hodnotu a nič nové do $\not\subseteq$ nepridá. Ale ak taký prechod už

neexistuje, znamená to, že pre každé s , ktoré ide do i cez a , je pár (s, t) pridaný do ω .

Input: NFA M

Output: $\not\subseteq$

```

1 nastav všetky  $N(a)$  na 0
2  $\omega \leftarrow \emptyset, C \leftarrow \text{NEWQUEUE}()$ 
3 for  $i \in F$  do
4   for  $j \in Q - F$  do
5      $\omega \leftarrow \omega \cup \{(i, j)\}$ 
6     ENQUEUE( $C, (i, j)$ )
7 while  $C \neq \emptyset$  do
8    $(i, j) \leftarrow \text{DEQUEUE}(C)$ 
9   for  $a \in \Sigma$  do
10    for  $t$  where  $\exists t \xrightarrow{a} j$  do
11       $N(a)_{it} \leftarrow N(a)_{it} + 1$ 
12      if  $N(a)_{it} = |\{p : \exists(t, a, p)\}|$  then
13        for  $s$  where  $\exists s \xrightarrow{a} i$  do
14          if  $(s, t) \notin \omega$  then
15             $\omega \leftarrow \omega \cup \{(s, t)\}$ 
16            ENQUEUE( $C, (s, t)$ )
17 return  $\omega$ 

```

Algoritmus 1: Algoritmus pre výpočet doplnku $\not\subseteq$ NKA.

4. Vlastný algoritmus

Algoritmus 2 vychádza z algoritmu 1, takže počíta doplnok $\preceq, \not\subseteq$, ale pre SKA. Pre $\not\subseteq$ SKA, platí (i)', ale pre (ii)' berieme $a \in \mathcal{D}_A$. V originálnom algoritme si vypočítajú matice počítadiel $N(a)$, pre $a \in A$. To pre symbolické automaty nie je možné, pretože prechody sú značené predikátmi a abeceda je príliš veľká (alebo nekonečná), čo by mohlo spôsobiť, že by sa algoritmus nikdy neukončil. Takže namiesto počítadiel nad symbolmi budeme používať počítadla nad predikátmi.

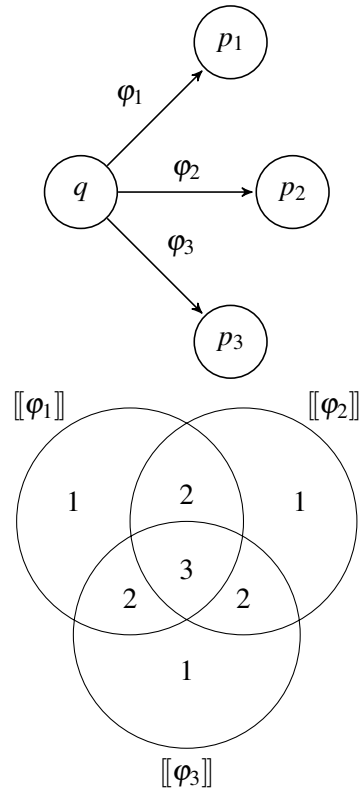
Pre každý stav $q \in Q$ si zavedieme rozklad na lokálne mintermy, čo je najhrubší rozklad \mathcal{D}_A , ktorý je kompatibilný s predikátmi nad prechodmi vychádzajúcimi z q . Potom vytvoríme počítadlá nad týmito mintermami (kroky 1-19) a ich počiatocná hodnota bude počet predikátov vychádzajúcich z q , ktorých konjunkcia s mintermom je splniteľná. Toto nastavenie znamená, že $\not\subseteq = \emptyset$ alebo „všetko simuluje všetko“.

Napríklad majme stav q , z ktorého vychádzajú 3 prechody (obrázok 2) s predikátmi $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Mintermov bude 7: $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3, \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \neg\varphi_3, \varphi_1 \wedge \neg\varphi_2 \wedge \varphi_3, \dots$ Ak je nejaký minterm nesplniteľný, tak počítadlo preň nevytvoríme, inak budú hodnoty počítadiel nastavené napríklad pre minterm $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \neg\varphi_3$ na 2, ale pre $\neg\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \neg\varphi_3$ na 1. . .

Input: SFA M
Output: \mathcal{L}
 /* nastavenie počítadiel */
 1 **for** $\rho \in \Delta$ **do**
 2 $\varphi \leftarrow Grd(\rho)$
 3 $q \leftarrow Src(\rho)$
 4 **for** ψ **where** $\exists N(\psi)_{-q}$ **and** $IsSat(\psi \wedge \varphi)$ **do**
 5 **if** $IsSat(\psi \wedge \neg\varphi)$ **then**
 6 create $N(\psi \wedge \neg\varphi)_{-q} \leftarrow N(\psi)_{-q}$
 7 create $N(\psi \wedge \varphi)_{-q} \leftarrow N(\psi)_{-q} + 1$
 8 remove $N(\psi)_{-q}$
 9 $\varphi \leftarrow \varphi \wedge \neg\psi$
 10 **if** $IsSat(\varphi)$ **then**
 11 create $N(\varphi)_{-q} \leftarrow 1$
 12 **forall** the $N(\psi)_{-q}$ **do**
 13 **for** $r \in Q$ **do**
 14 create $N(\psi)_{rq} \leftarrow N(\psi)_{-q}$
 15 $\omega \leftarrow \emptyset, \mathcal{C} \leftarrow NEWQUEUE()$
 /* inicializácia podľa (i) */
 16 **for** $i \in F$ **do**
 17 **for** $j \in Q - F$ **do**
 18 $\omega \leftarrow \omega \cup \{(i, j)\}$
 19 $ENQUEUE(\mathcal{C}, (i, j))$
 /* aktualizácia podľa (ii) */
 20 **while** $\mathcal{C} \neq \emptyset$ **do**
 21 $(i, j) \leftarrow DEQUEUE(\mathcal{C})$
 22 $S \leftarrow pre(i), T \leftarrow pre(j)$
 23 **for** $t \in T$ **where** $t \xrightarrow{\varphi_{tj}} j$ **do**
 24 **for** ψ **where** $\exists N(\psi)_{it}$ **and**
 25 $IsSat(\psi \wedge \varphi_{tj})$ **do**
 26 $N(\psi)_{it} \leftarrow N(\psi)_{it} - 1$
 27 **if** $N(\psi)_{it} = 0$ **then**
 28 **for** $s \in S$ **where** $s \xrightarrow{\varphi_{si}} i$ **and**
 29 $IsSat(\psi \wedge \varphi_{si})$ **do**
 30 **if** $(s, t) \notin \omega$ **then**
 31 $\omega \leftarrow \omega \cup \{(s, t)\}$
 32 $ENQUEUE(\mathcal{C}, (s, t))$
 33 **return** ω

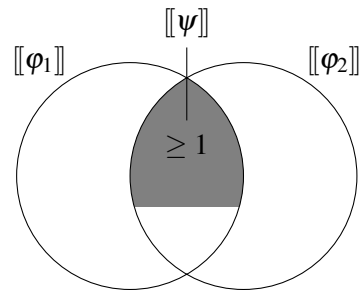
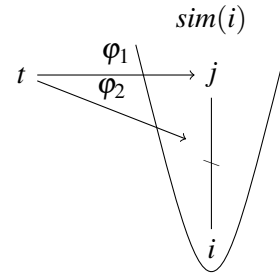
Algoritmus 2: Simulácia SKA. Očakáva, že M je čistý, normalizovaný a úplný.

Aktualizácia počítadiel nastáva podobne ako v originálnom algoritme. Každý nový pár v \mathcal{L} sa zaradi do frontu (kroky 19 a 30). V krokoch 16-19 sa do \mathcal{L} zaradia všetky $(F \times (Q - F))$. Pri tom, ako ich spracovávame (krok 21), sa všetky potrebné počítadlá znížia o jedna (krok 25). Ak niektoré z týchto počítadiel $N(\psi)_{it}$ nadobudne hodnotu 0 (krok 26), všetky (s, t) , také, že $s \xrightarrow{\varphi_{si}} i$ a $\psi \wedge \varphi_{si}$ je splniteľné, sú vložené do \mathcal{L} , ak tam ešte nie sú.



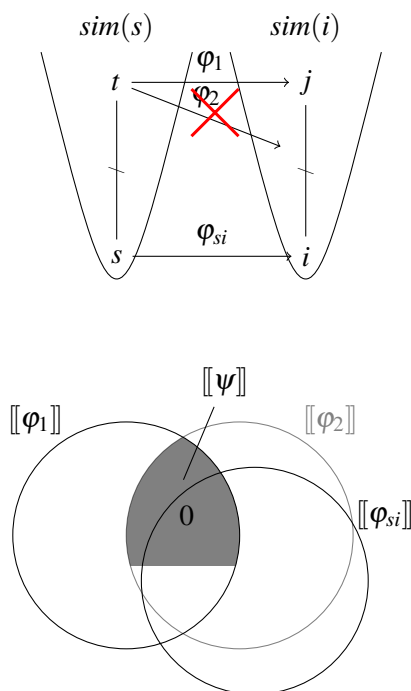
Obrázok 2. Nastavenie počítadiel.

Na obrázkoch 3 a 4 je zobrazený tento postup. Spracovávame pár (i, j) , takže pre každé $t \in Q$, ktoré ide do j , musíme aktualizovať počítadlá. Všetky počítadlá $N(\psi)_{ti}$, pre ktoré $\varphi_1 \wedge \psi$ je splniteľné (ψ je mintermom φ_1), sa znížia o jedna. Ak existuje iný



Obrázok 3. Existuje prechod φ_2 , kde ψ je jeho mintermom. prechod z t do $sim(i)$ označený φ_2 , pre ktorý je ψ

jeho mintermom, $N(\psi)_{it}$ bude stále väčší alebo rovný jednej, takže ω sa nezmení. Ak takýto prechod ne-



Obrázok 4. Neexistuje prechod φ_2 , kde ψ je jeho mintermom.

existuje, potom je prechod $t \xrightarrow{\varphi_1} j$ posledný, pre ktorý je ψ mintermom a teda počítadlo $N(\psi)_{it}$ nadobudne hodnotu nula a do ω sú vložené všetky (s, t) , pre ktoré $s \xrightarrow{\varphi_{si}} i$ a $\varphi_{si} \wedge \psi$ je splniteľné.

5. Záver a ďalšia práca

V tejto práci sme prezentovali algoritmus, ktorý vypočíta reláciu simulácie symbolických konečných automatov, ktorý vychádza zo základného algoritmu pre výpočet simulácie konečných automatov [6]. Tento algoritmus je založený na lokálnom rozklade prechodovej relácie na mintery.

Plánujeme tento algoritmus implementovať a otestovať na príkladoch symbolických automatov generovaných nástrojom MONA pri rozhodovaní logiky WS1S [4] a na testoch použitých pri minimalizácii deterministických SKA [3]. Veríme, že sa potvrdí hypotéza, že nedeterministická redukcia počtu stavov pomocou simulácie dáva oveľa menšie automaty ako ich deterministická minimalizácia. Taktiež uskutočníme analýzu zložitosti a dôkaz korektnosti.

Literatúra

- [1] Abdulla, P. A.; Chen, Y.; Holík, L.; aj.: When Simulation Meets Antichains. In *TACAS, Lecture Notes in Computer Science*, ročník 6015, Springer, 2010, s. 158–174.
- [2] Bustan, D.; Grumberg, O.: Simulation Based Minimization. In *Automated Deduction - CADE-17, 17th International Conference on Automated Deduction, Pittsburgh, PA, USA, June 17-20, 2000, Proceedings, Lecture Notes in Computer Science*, ročník 1831, editace D. A. McAllester, Springer, 2000, ISBN 3-540-67664-3, s. 255–270, doi:10.1007/10721959_20.
- [3] D’Antoni, L.; Veanes, M.: Minimization of symbolic automata. In *POPL, ACM*, 2014, s. 541–554.
- [4] Elgaard, J.; Klarlund, N.; Møller, A.: MONA 1.x: New Techniques for WS1S and WS2S. In *Computer Aided Verification, 10th International Conference, CAV ’98, Vancouver, BC, Canada, June 28 - July 2, 1998, Proceedings, Lecture Notes in Computer Science*, ročník 1427, editace A. J. Hu; M. Y. Vardi, Springer, 1998, ISBN 3-540-64608-6, s. 516–520, doi: 10.1007/BFb0028773.
- [5] Henzinger, M. R.; Henzinger, T. A.; Kopke, P. W.: Computing Simulations on Finite and Infinite Graphs. In *FOCS, IEEE Computer Society*, 1995, s. 453–462.
- [6] Ilie, L.; Navarro, G.; Yu, S.: On NFA Reductions. In *Theory Is Forever, Lecture Notes in Computer Science*, ročník 3113, Springer, 2004, s. 112–124.
- [7] Ranzato, F.: A More Efficient Simulation Algorithm on Kripke Structures. In *MFCS, Lecture Notes in Computer Science*, ročník 8087, Springer, 2013, s. 753–764.
- [8] Ranzato, F.; Tapparo, F.: A New Efficient Simulation Equivalence Algorithm. In *LICS, IEEE Computer Society*, 2007, s. 171–180.
- [9] Veanes, M.: Applications of Symbolic Finite Automata. In *CIAA, Lecture Notes in Computer Science*, ročník 7982, Springer, 2013, s. 16–23.
- [10] Veanes, M.; Bjørner, N.; de Moura, L. M.: Symbolic Automata Constraint Solving. In *LPAR (Yogyakarta), Lecture Notes in Computer Science*, ročník 6397, Springer, 2010, s. 640–654.