

Vojtěch Havlena

Fakulta informačních technologií, Vysoké učení technické v Brně

xhavle03@stud.fit.vutbr.cz

## Úvod

Práce se věnuje způsobu modelování fuzzy logických spojek, speciálně fuzzy konjunkcí na základě empirických dat. Cíle práce a hlavní výsledky:

- Nalezení algoritmu pro modelování konjunkce.
- Pomocí nalezeného algoritmu experimentální zjištění, jakým způsobem lidé chápou fuzzy konjunkci.

Konjunkce je ve fuzzy logice vyjádřena pomocí triangulární normy.

### Triangulární norma

Triangulární norma (zkráceně t-norma)  $T : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$  je binární komutativní, monotónní, asociativní operace na jednotkovém intervalu s okrajovou podmínkou  $T(x, 1) = x$ .

## Aproximace t-norem

Místo aproximace samotných t-norem je výhodnější aproximovat její aditivní generátor (funkce jedné proměnné, pomocí které lze t-normu zkonstruovat). Aproximace generátorů pomocí B-splinu  $B_{j,m}$  na základě empirických dat  $x_i^k$  a  $y^k$  lze zapsat:

$$\sum_{j=1}^J c_j \left( \sum_{i=1}^{n_k} B_{j,m}(x_i^k) - B_{j,m}(y^k) \right) \approx 0$$

Problémem je nalezení záporných koeficientů  $c_j$  takových, aby výsledný B-spline procházel body  $(\varepsilon, 1)$  a  $(1, 0)$  a navíc aby aproximace byla co nejlepší. Náš nalezený algoritmus toto řeší.

## Použité metody

Bez omezujících podmínek na koeficienty B-splinu  $c$  je problém řešitelný metodou nejmenších čtverců. V našem výsledném algoritmu je omezení na rovnost řešeno metodou váhování a na nerovnost Lawson-Hansonovým algoritmem.

Spočívá v přiřazení dostatečně velkých vah koeficientům na které jsou kladeny omezující podmínky.

Iterační algoritmus založený na metodě aktivní množiny. Hledá nezáporné koeficienty.

## Složitost výsledného algoritmu

Celková složitost algoritmu je  $\mathcal{O}(pn^3)$ , kde  $p$  je počet provedených iterací Lawson-Hansonova algoritmu. Výpočet je možné urychlit použitím specializovaných algoritmů pro násobení matic (Strassenův algoritmus) a výpočet inverzní matice, popřípadě využitím De Boorova algoritmu pro vyhodnocování hodnot B-splinu.

## Výsledný algoritmus

Ve výsledném algoritmu jsou využity dříve uvedené metody a algoritmy, které jsou vhodně upraveny, aby vyhovovaly specifickým podmínkám plynoucích z vlastností t-norem.

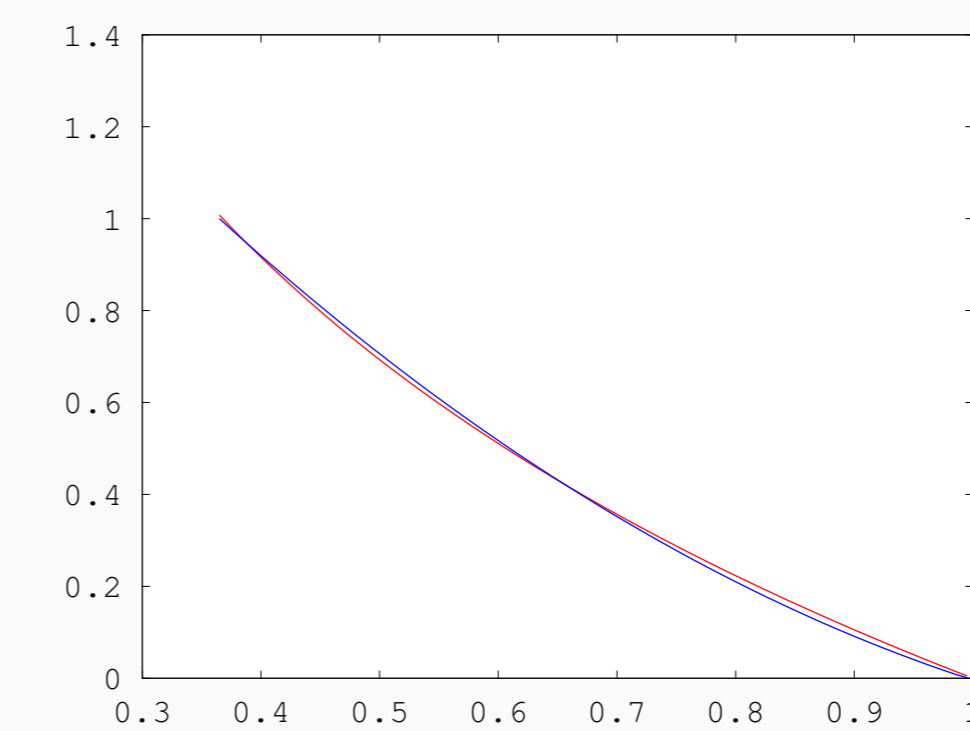
### Algoritmus 1 Výsledný algoritmus

```

1:  $A \leftarrow 0, b \leftarrow 0, C \leftarrow 0, d \leftarrow (0 \ 1)^T$ 
2:  $\tilde{x}^k \leftarrow \mathcal{F}(x^k), \tilde{y}^k \leftarrow \mathcal{F}(y^k)$  pro  $k = 1, 2, \dots, n$ 
3: Volba stupně polynomu B-splinu  $m$  a hodnot  $\varepsilon$  a  $\gamma$ 
4: Nastavení počtu uzlů B-splinu  $J$  a jejich hodnoty  $t$ 
5:  $A_{kj} \leftarrow \sum_{i=1}^{n_k} B_{j,m}(\tilde{x}_i^k) - B_{j,m}(\tilde{y}^k)$ 
6:  $E_{0j} \leftarrow B_{m,j}(\mathcal{F}(1)), E_{1j} \leftarrow B_{m,j}(\mathcal{F}(\varepsilon))$ 
7:  $A \leftarrow \begin{pmatrix} \gamma E \\ A \end{pmatrix}, b \leftarrow \begin{pmatrix} \gamma d \\ b \end{pmatrix}$ 
8:  $c \leftarrow \text{nonnegative}(A, b)$ 
9:  $i \leftarrow \varepsilon, i \leftarrow h$ 
10: while  $i \leq 1$  do
11:   if  $i < \varepsilon$  then
12:      $y(i) \leftarrow \frac{1}{i} + 1 - \frac{1}{\varepsilon}$ 
13:   else
14:      $y(i) \leftarrow \sum_{j=1}^J c_j B_{j,m}(\mathcal{F}^{-1}(i))$ 
15:   end if
16:    $i \leftarrow i + h$ 
17: end while

```

Příklad aproximace aditivního generátoru součinné t-normy s



aditivním generátorem  $g(x) = -\log(x)$  na intervalu  $[e^{-1}, 1]$  (červená křivka). Pro aproximaci byly zvoleny B-spliny 3. stupně (modrá křivka). Koeficienty byly spočítány na základě 8 empirických hodnot s dvěma argumenty. Chyba aproximace je 0,013. Výpočet trval 0,19 s.

## Vyhodnocení experimentu

Modelování fuzzy konjunkce, ve významu chápaného lidmi, bylo provedeno na základě dat, které byly získány z dotazníků, kde měli respondenti hodnotit míru pravdivosti výroků. S využitím nalezeného algoritmu bylo zjištěno, že tato fuzzy konjunkce odpovídá Yagerově t-normě  $T_2^Y$ .

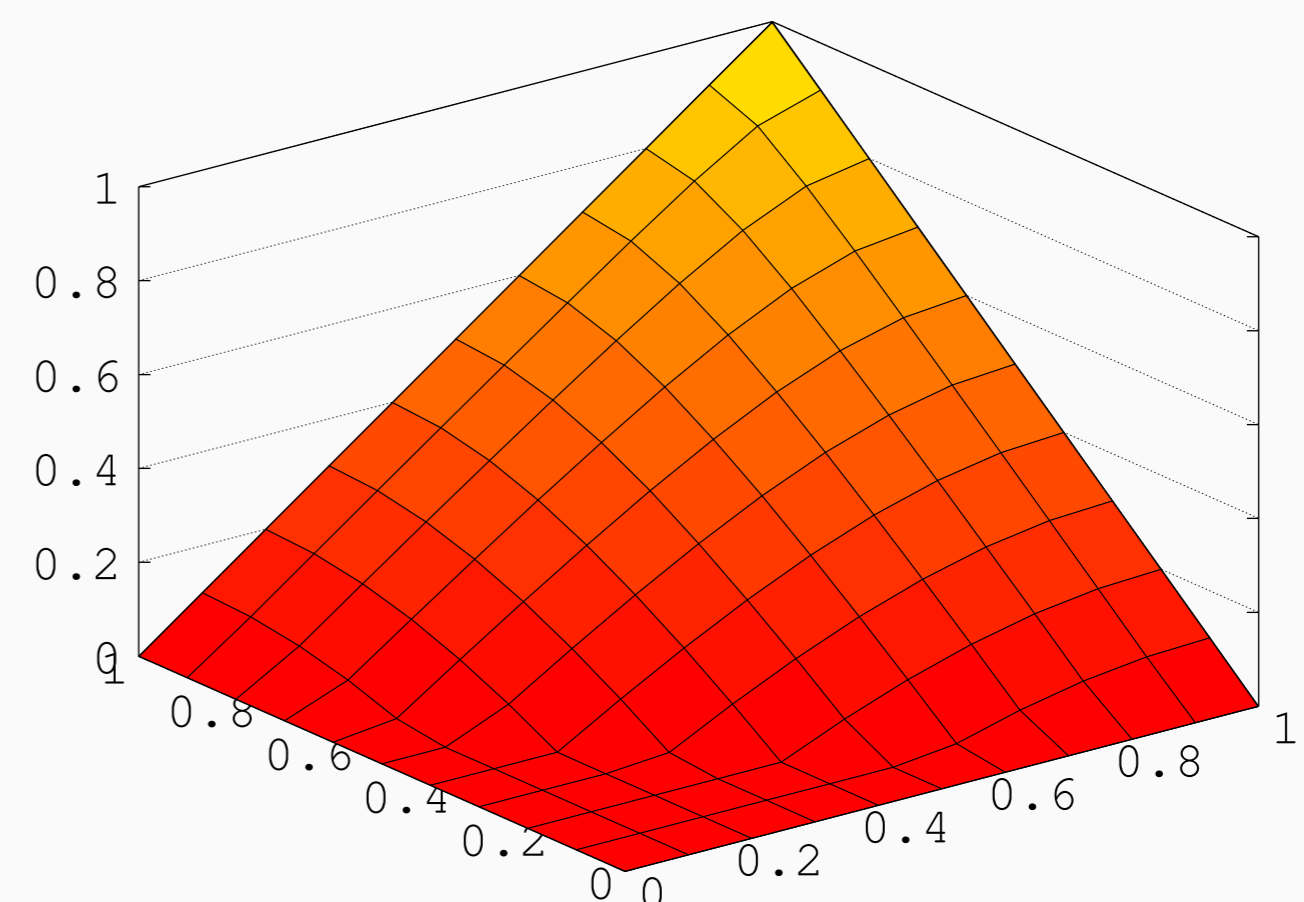


Fig. 1: Modelovaná fuzzy konjunkce používaná lidmi

Z experimentu dále vyplynulo, že konjunkci chápali lidé jako komutativní operaci pouze v 56 % případů. Tento výsledek je patrně závislý na vzorku respondentů.