

## Paralelní faktorizace celých čísel metodou SIQS

Bc. Dominik Breitenbacher

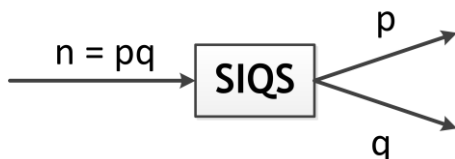
### Motivace

Práce se zabývá rozkladem složeného čísla na jeho faktory. Za tímto účelem byla vybrána faktorizační metoda zvaná SIQS. SIQS je považována za nejrychlejší metodu k faktorizaci čísel do 100 dekadických čísel.

Cílem této práce je také ukázat, jak jednoduše lze v mnoha případech využít paralelizace kódu a dále také, jak díky podrobné analýze kódu lze dosáhnout poměrně velkého urychlení. Představenou metodikou se podařilo implementaci urychlit až 99-krát.

### Faktorizace

- Faktorizace je proces, při kterém se snažíme zpětně nalézt faktory složeného čísla



- Nelze efektivně řešit v konečném čase
- Na problému faktorizace je založena šifra RSA
- Faktorizace RSA-1024 je dnes nezládnutelné

### SIQS - Self-Initialization Quadratic Sieve

SIQS je nejrychlejší metodou pro faktorizování čísel do 100 dekadických číslic a obecně je metoda druhou nejrychlejší z doposud objevených. Problémem této metody je ale její poměrně velká náročnost na pochopení, což může odradit případné zájemce o tuto metodu.

Jedním z cílů této práce tak je metodu SIQS přiblížit a vysvětlit všem zájemcům o faktorizace. Za tímto účelem je tvořen dokument, který metodu SIQS popisuje a také problémy, s nimiž se může zájemce setkat při implementaci a tyto problémy jsou zde zároveň řešeny.



### Profilace a optimalizace

Implementace probíhala ve dvou fázích. V první fázi byl naimplementován kompletní a funkční algoritmus, zatím bez přihlídnutí k požadavkům na rychlost (referenční verze).

Optimalizace na rychlost byla druhou fází řešení celého zadání. Metodika iteračního provádění se ukázala jako velmi účinná a je použitelná obecně, nejenom v této úloze.

Optimalizace spočívala v důsledné paralelizaci všude tam, kde to bylo možné z podstaty algoritmu, v jednotlivých iteracích pak docházelo ke změnám datových typů za jiné, vhodnější (mapy na vektory, bool na uint64 apod.).

⊕ SieveValues	731.829s	<div style="width: 100%;"></div>
⊕ FastGaussian	644.813s	<div style="width: 88%;"></div>
⊕ _gmpn_divrem_1	592.906s	<div style="width: 81%;"></div>
⊕ log	334.865s	<div style="width: 46%;"></div>
⊕ DeleteDuplicants	308.109s	<div style="width: 42%;"></div>
⊕ _gmpz_powm	253.242s	<div style="width: 35%;"></div>
⊕ std::operator<<<<	223.865s	<div style="width: 31%;"></div>

Obrázek: Ukázka výsledku profilování SIQS

Po doposud všech provedených optimalizacích bylo dosaženo 99-násobného urychlení u faktorizace čísla s 60 dekadickými číslicemi (197 bitů).

Po poslední optimalizaci byl proveden pokus o faktorizování čísla o 100 dekadických číslicích (332 bitů). Faktorizování tohoto čísla bylo úspěšné a trvalo 2 dny 16 hodin a 13 minut.

### Budoucí práce

Vývoj na implementaci SIQS nebyl ukončen. Je zde stále mnoho nápadů, jak implementaci dále urychlit. S postupem času tak budou jednotlivé myšlenky do implementace zapracovány.