

# Kvantově inspirované optimalizační algoritmy

Bc. Tomáš Bártů

Vedoucí: doc. Ing. Michal Bidlo, Ph.D.

## Motivace a cíle

Tato práce se zaměřuje na srovnání kvantově inspirovaných evolučních algoritmů (*QIEA*) využívajících principů kvantové fyziky při řešení kombinatorického problému batohu ve variantě 0/1. Cílem je ověřit schopnosti těchto algoritmů a vytvořit srovnávací studii jejich výkonnosti. V průběhu práce byl rovněž navržen a otestován vlastní vylepšený algoritmus *QIPSO*.

## Problém a přístup

### Problém batohu 0/1

Každá položka může být vybrána nejvýše jednou tak, aby celková hodnota vybrané podmnožiny položek byla maximální a součet jejich vah nepřesáhl kapacitu batohu.

$$\max \sum_{i=1}^n v_i x_i \quad \text{s podmínkou} \quad \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq C, \quad x_i \in \{0, 1\} \quad (1)$$

### Kvantová reprezentace řešení

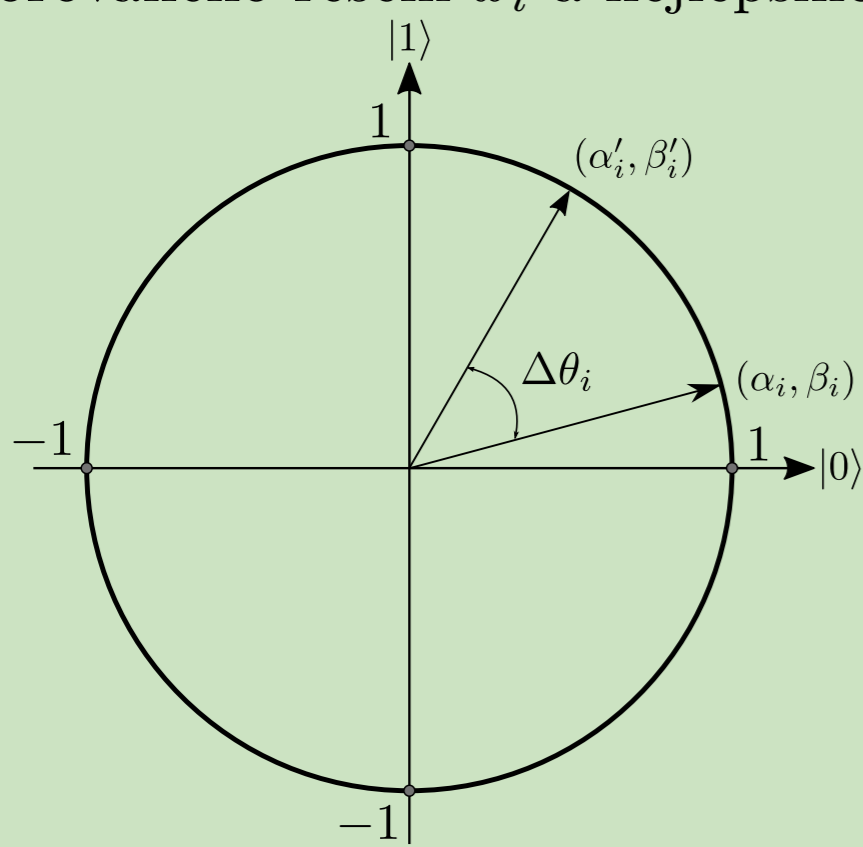
V binárním *QIEA* je qubit (jedinec) popsán dvojicí koeficientů  $\alpha$  a  $\beta$ , přičemž systém složený z  $m$  qubitů (populace) lze vyjádřit jako:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_m \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_m \end{bmatrix}, \quad \text{kde} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} : \alpha_i^2 + \beta_i^2 = 1. \quad (2)$$

Pravděpodobnostní koeficienty  $\alpha_i$  a  $\beta_i$   $i$ -tého qubitu jsou aktualizovány pomocí kvantového rotačního hradla, viz obrázek 1:

$$\begin{bmatrix} \alpha'_i \\ \beta'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta_i) & -\sin(\Delta\theta_i) \\ \sin(\Delta\theta_i) & \cos(\Delta\theta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix}, \quad (3)$$

kde je úhel  $\Delta\theta_i$  určen ná základě tabulky 1, a to podle aktuálně pozorovaného řešení  $x_i$  a nejlepšího známého řešení  $b_i$ :



$x_i$	$b_i$	$\Delta\theta_i$
1	1	0
0	1	$a$
0	0	0
1	0	$-a$

Tabulka 1: Tabulka pro odvození  $\Delta\theta_i$ .

Obrázek 1: Rotační hradlo.

### Použité algoritmy

V rámci experimentální části byly testovány čtyři *QIEA*:

- *QIGA* (kvantově inspirovaný genetický algoritmus),
- *QISA* (kvantově inspirované simulované žhání),
- *QSE* (kvantově inspirovaný částicový roj)
- a vlastní navržená varianta *QIPSO* vycházející z *QSE*.

Cílem bylo porovnat jejich schopnost řešit problém batohu 0/1 při různých velikostech instancí. Pro shrnutí parametrů testování vizte tabulka 2.

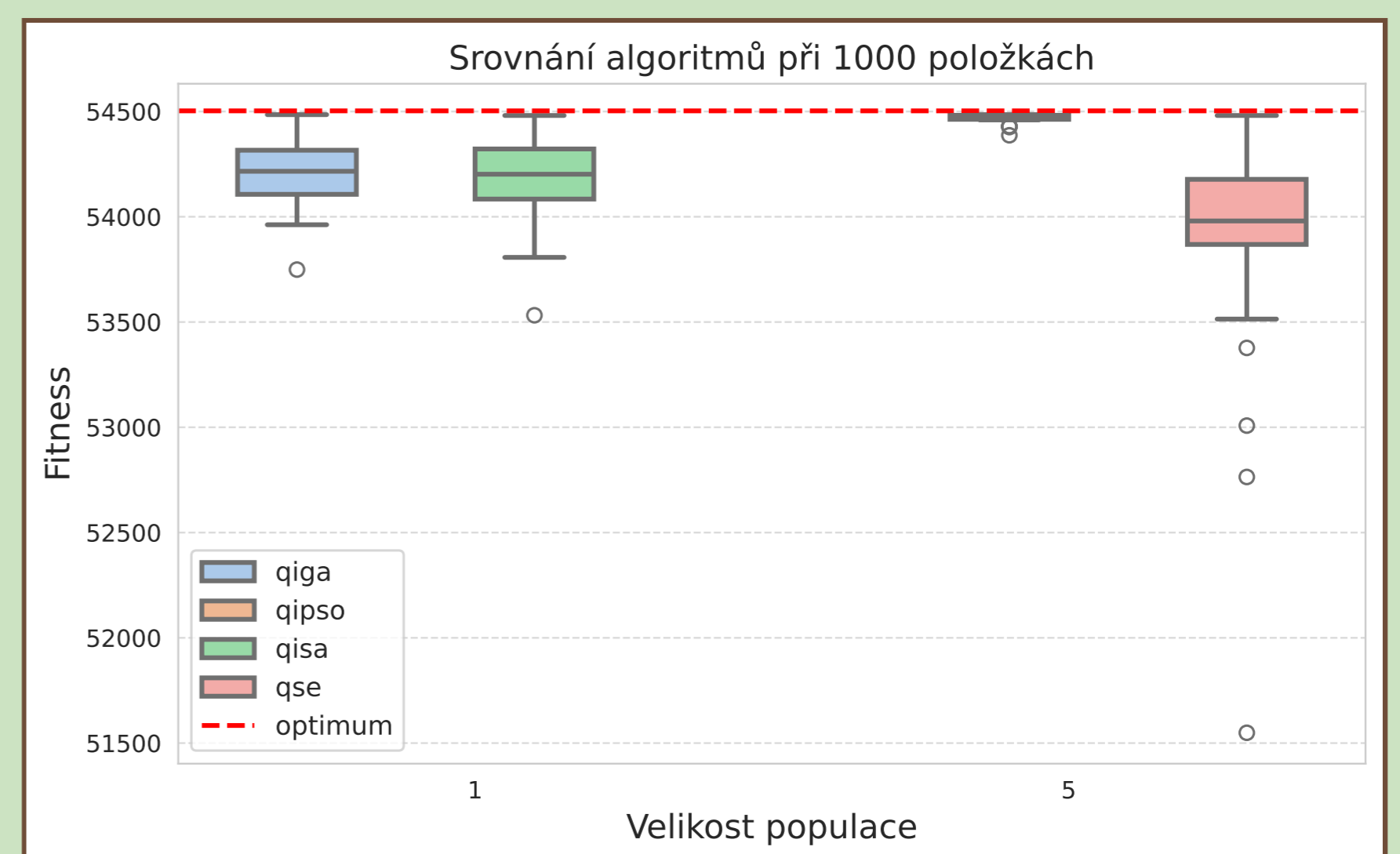
Položka	Hodnota
Testované algoritmy	QIGA, QISA, QSE, QIPSO
Instance	100, 250, 500, 1000, 2000, 5000 položek
Počet běhů	30 na každé nastavení
Fitness evaluací	10 000 na běh

Tabulka 2: Parametry experimentálního nastavení.

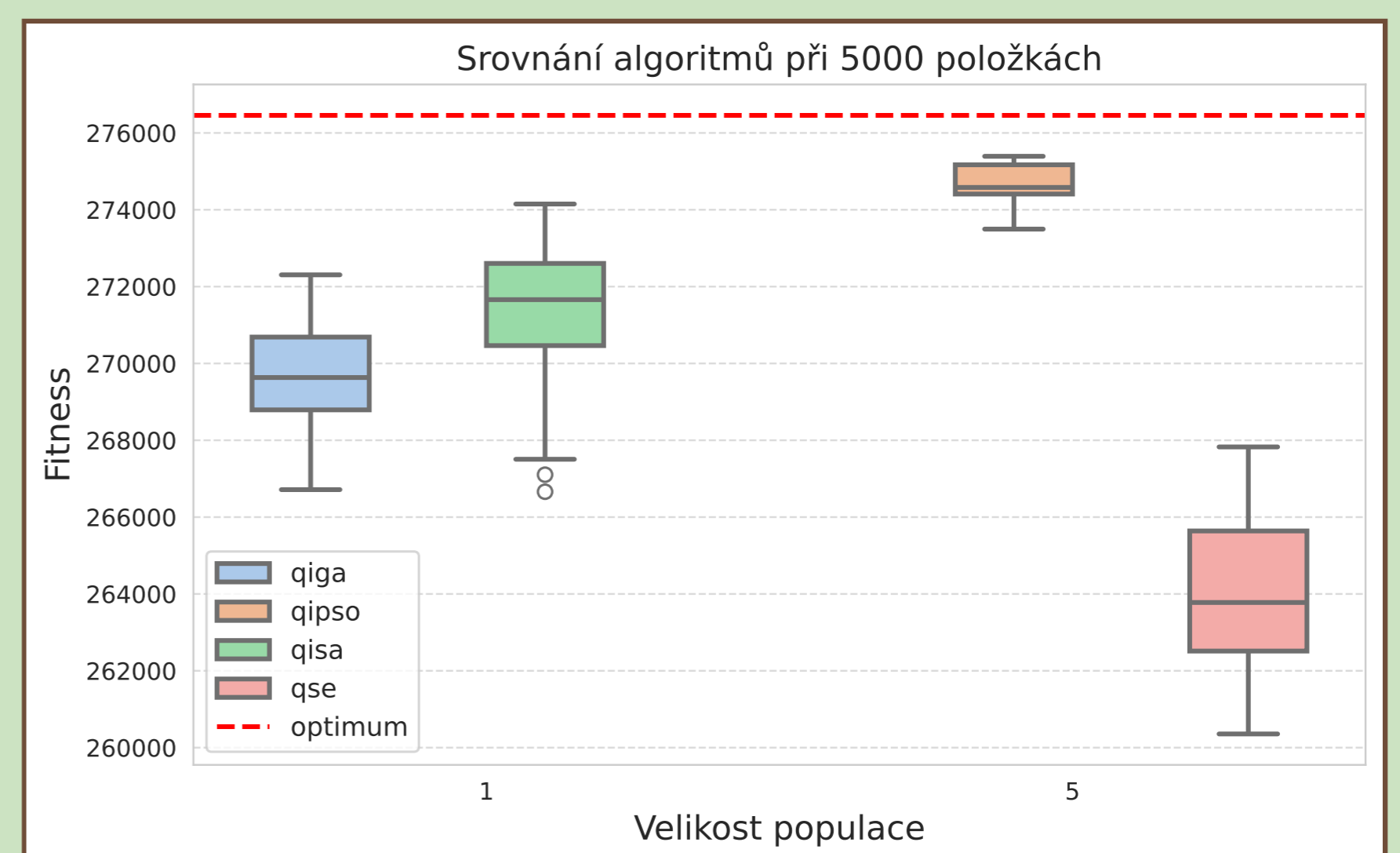
## Algoritmus 1: QIPSO

```
1  $t \leftarrow 0$ ;  
2 Inicializace kvantové populace  $Q(t)$  s amplitudami  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ;  
3 Inicializace rychlosti  $V(t) \leftarrow 0$ ;  
4 Nastavení globálního nejlepšího řešení  $B(t)$ ;  
5 while  $t < t_{\max}$  do  
6    $t \leftarrow t + 1$ ;  
7   for  $j = 1$  to  $n$  do  
8     Pozorování kvantového chromozomu  $p_j(t)$  z  $Q(t-1)$ ;  
9     Oprava  $p_j(t)$  tak, aby splňovalo kapacitní omezení;  
10    Ohodnocení řešení  $f_j(t)$ ;  
11  end for  
12  Aktualizace osobního nejlepšího řešení částic;  
13  Aktualizace globálního nejlepšího řešení  $B(t)$ ;  
14  for  $j = 1$  to  $n$  do  
15    Generování náhodných koeficientů  $r_1, r_2 \in (0, 1)$ ;  
16    Aktualizace rychlosti:  
17     $V_j(t) \leftarrow \text{friction} \times V_j(t-1) + c_1 r_1 (p_{\text{best},j} - p_j(t)) + c_2 r_2 (g_{\text{best}} - p_j(t))$ ;  
18    Aplikace kvantového rotačního hradla na  $Q_j(t)$  s úhlem  $V_j(t)$ ;  
19  end for  
20 return nejlepší nalezené řešení  $B(t)$ ;
```

## Vybrané výsledky



Graf 2: Výsledky experimentu na instanci s 1000 položkami.



Graf 3: Výsledky experimentu na instanci s 5000 položkami.